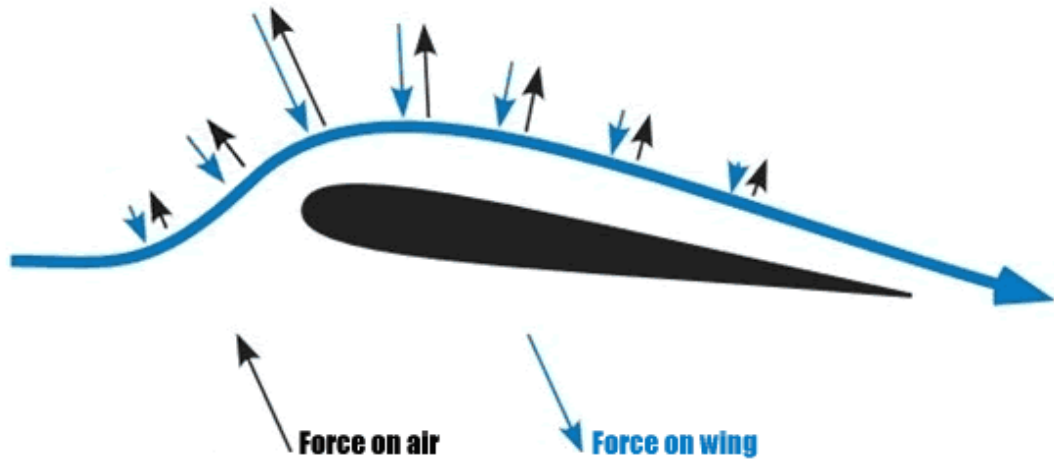

空气动力标准公式的推导



目 录

1. 标准公式.....	1
2. 推箱子.....	1
3. 后记.....	3

1. 标准公式

空气动力学书籍通常先给出影响飞行升力或飞行阻力的各种因素介绍，然后直接列出据说经过理论和实验验证的气动升力或气动阻力计算公式：

$$\text{气动升力: } L = \frac{1}{2} \times \rho \times u^2 \times C_L \times S \quad (1)$$

$$\text{气动阻力: } D = \frac{1}{2} \times \rho \times u^2 \times C_D \times S \quad (2)$$

注：式中字母依次为来流空气密度 ρ 、来流相对速度 u 、来流对飞行体的升力（lift force）系数 C_L 或阻力（drag force）系数 C_D 、飞行体的面积（可以是飞行体的全面积，也可以是当量迎风面积，总之在两个公式中的定义须一样，以确保升阻比 L/D 具有唯一性） S 。

这两个空气动力标准公式怎么来的，翻了几本教材，都没有介绍。

2. 推箱子

空气动力标准公式本身并不复杂，不妨从零开始探讨。

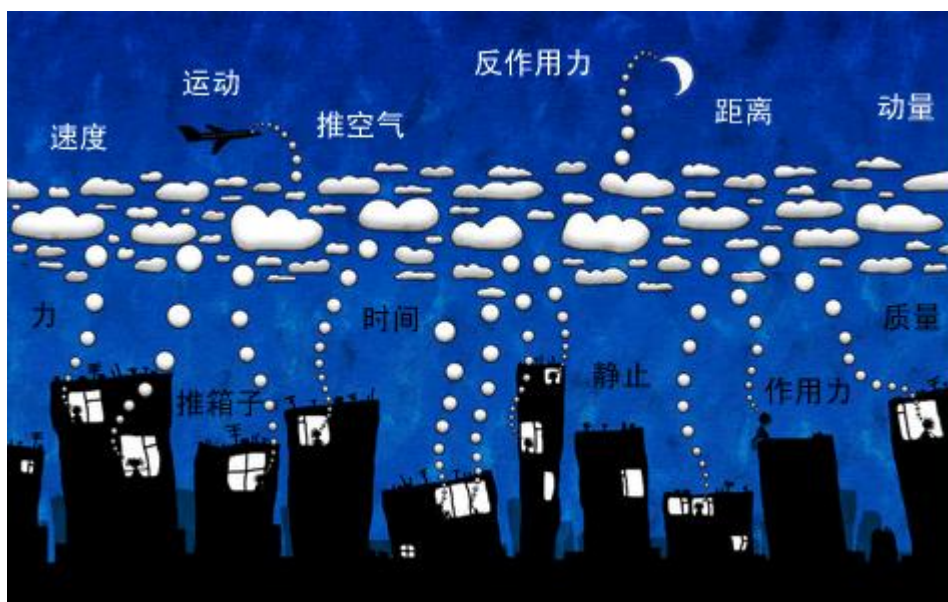


图 1 推箱子的牛顿力学问题

我们可以设想整个空间是理想真空的，有限的空气正如很多可无限细分的物质箱子紧密堆砌在空间中，占据了原本真空的部分位置。物体的运动是相对的，因此不妨基于未受飞行体扰动的空气团设定惯性坐标系，并假定惯性坐标系（即该静止空气团）的速度 u_1 为零。然后某飞行体（迎风面积 S ）以速度 u_2 扫掠过部分空气箱子所在的真空区域。那么不妨拿这部分真空区域范围内的空气箱子作为

研究对象，假设这部分真空区域范围内的空气箱子理想贴附于飞行体共同运动，即处于迎风面积和扫掠路径之内的这部分空气箱子从 u_1 加速到 u_2 （牛顿第一定律），并假设处于迎风面积和扫掠路径之外的空气箱子完全不受影响，见图 2。

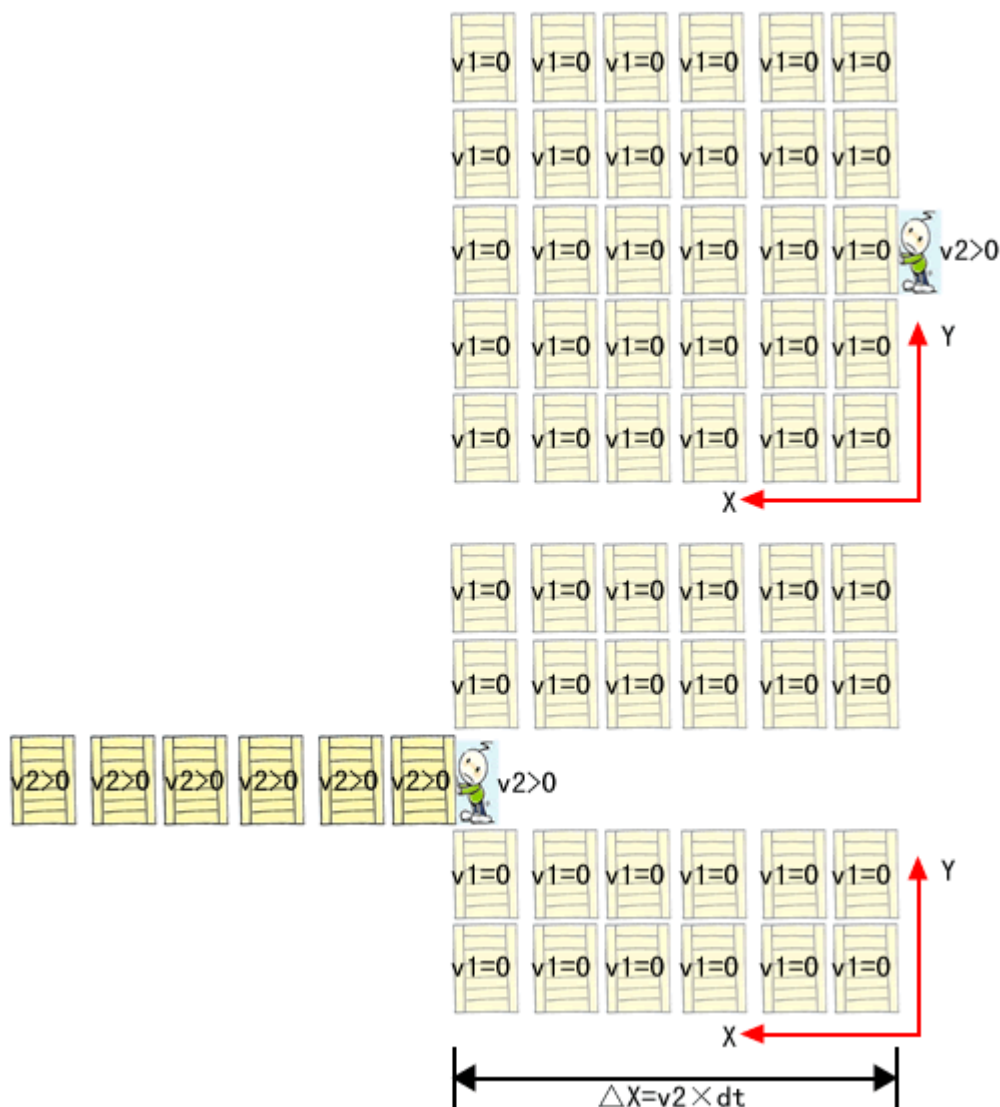


图 2 推箱子的牛顿力学问题

对于这些被扰动的空气箱子，根据动量定理，有：

$$F \times t = m \times \Delta u = m \times (u_2 - u_1) \quad (3)$$

注：式中字母依次为所受作用力 F 、作用时间长度 t 、空气箱子总质量 m 、速度变化量 Δu 。

又已知 $u_1 = 0$ 。不妨借用微分方式分析符号，取微分时间，则公式 (3) 变为：

$$F \times dt = m \times du = m \times u_2 \quad (4)$$

即：

$$F = m \times \frac{u_2}{dt} \quad (5)$$

又很容易知道式 (5) 中被扫掠空间内的空气箱子总质量：

$$m = r \times V = r \times S \times \Delta X = r \times S \times u_2 \times dt \quad (6)$$

注：式中字母依次为空气密度 r 、空气体积 V 、 dt 时间内飞行体扫掠距离 ΔX 。

将式 (6) 带入式 (5) 得到：

$$F = m \times \frac{u_2}{dt} = r \times S \times u_2 \times dt \times \frac{u_2}{dt} = r \times S \times u_2^2 \quad (7)$$

根据牛顿第三定律，飞行体同样受到来自空气箱子的反作用力，方向相反、但受力大小与之相同：

$$|F| = r \times S \times u_2^2 \quad (8)$$

这就是基于上述各种假设条件下，得到的飞行体空气阻力公式。

3. 后记

我们都知道，空气是流动的、有粘性的、可压缩的，被我们的运动所占据空间中的空气会绕流到后面，而在我们运动所占据空间之外的空气也会被扰动，所以基于种种假设下的公式 (8) 并不能直接应用于工程，必须进行修正。不管实际作用力是被消弱或被增强，最省事的修正方式是引入一个修正系数 C ，即：

$$|F| = r \times S \times u_2^2 \times C \quad (9)$$

将式 (9) 与式 (2) 比较，可以发现我们推导的公式与标准公式是等价的，且有：

$$C = \frac{C_D}{2} \quad (10)$$

最早看到标准公式的时候，感觉这个分数很奇怪，既然 C_D 已经是常数了，何必还保留一个数字尾巴，现在看来确实没有必要。不过全世界通用这么多年了，算约定俗成吧，不去较真了。

空气动力的升力属于空气总动力的另一个分力，为了保持形式上的统一，略。