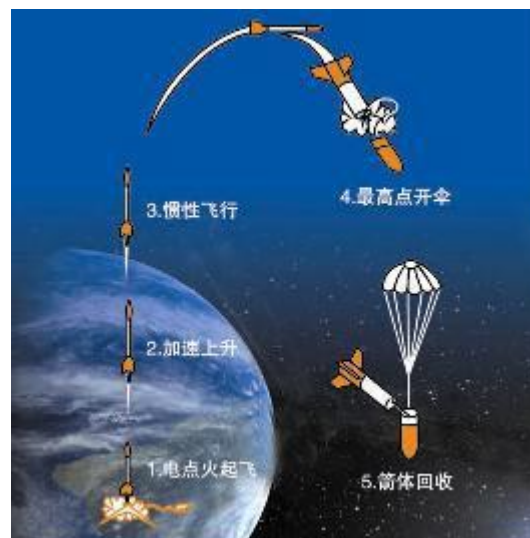

模型火箭气动阻力与飞行高度的估算方法



目 录

1. 阻力计算基本公式.....	1
2. 阻力计算基本思路.....	1
3. 总阻力与阻力系数公式.....	2
4. 基本图表（本例使用的）.....	2
5. 计算参数准备.....	3
6. 计算步骤.....	4
7. 后记.....	8
8. 参考资料.....	8

1. 阻力计算基本公式

$$D = C \times \frac{1}{2} \rho n^2 A \quad (1)$$

式中：

D 为阻力， C 为阻力系数， ρ 为空气密度， n 为来流相对速度， A 为特征面积。

可见，为了求得气动阻力，需要确定的一个很重要的变量就是阻力系数 C 。

2. 阻力计算基本思路

一个模型火箭从外形上可简单拆分为头锥、筒体、尾部底段和尾翼 4 大部分：

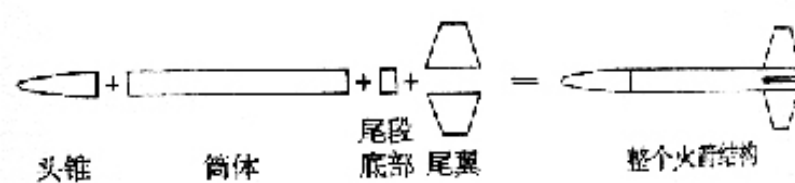


图 (1)

实际上，在气动实验与理论计算中也往往将其拆分开来分别考虑。如图 (1) 所示，只要分别求出头锥阻力 D_N 、筒体阻力 D_T 、尾翼阻力 D_F 、尾段底部阻力 D_B ，将 4 者相加即可得到模型火箭承受的总阻力 D_M 。（本文忽略发射架导向管引起的阻力以及尾翼之间的干扰阻力）

根据公式 (1)，假如对各部分阻力计算式采用相同的特征面积（如为箭体筒段的横截面积 A_{Tc} ），则可推出模型火箭的总阻力系数 C_{D_M} 为头锥阻力系数 C_{D_N} 、筒体阻力系数 C_{D_T} 、尾翼阻力系数 C_{D_F} 、尾段底部阻力系数 C_{D_B} 之和：

$$C_{D_M} = C_{D_N} + C_{D_T} + C_{D_F} + C_{D_B} \quad (2)$$

再引入箭体（包括头锥和筒体）阻力系数 $C_{D_{BT}}$ ，因 $C_{D_{BT}} = C_{D_N} + C_{D_T}$ ，则：

$$C_{D_M} = C_{D_{BT}} + C_{D_F} + C_{D_B} \quad (3)$$

并有：

$$D_M = C_{D_M} \times \frac{1}{2} \rho n^2 A_{Tc} \quad (4)$$

各部分的阻力系数可通过风洞试验或查图表的方式获得。

3. 总阻力与阻力系数公式

零迎角火箭阻力系数计算式为：（本例使用）

$$C_{D_M} = 1.05 \times (C_{D_{BT}} + C_{D_F} + C_{D_B}) \quad (5)$$

式中，

$$C_{D_{BT}} = 1.02 \times C_f \times \left[1 + \frac{1.5}{\left(\frac{l_{BT}}{d}\right)^2} \right] \times \frac{A_{BTs}}{A_{Tc}} \quad (5-1)$$

$$C_{D_F} = 2 \times C_f \times \left[1 + \frac{2t}{c} \right] \times \frac{A_F}{A_{Tc}} \times \text{尾翼个数} \quad (5-2)$$

$$C_{D_B} = \frac{0.029}{\sqrt{C_{D_{BT}}}} \times \left(\frac{d_B}{d} \right)^3 \quad (5-3)$$

其中， C_f 为边界层的表面摩擦因数，其它参数说明参见本文第五部分。需要说明的是，此处虽然给出了各阻力系数表达式，但本文仍将根据算例提供的图表曲线查取。

零迎角火箭阻力计算式为：

$$D_M = C_{D_M} \times \frac{1}{2} \rho n^2 A_{Tc} \quad (6)$$

4. 基本图表（本例使用的）

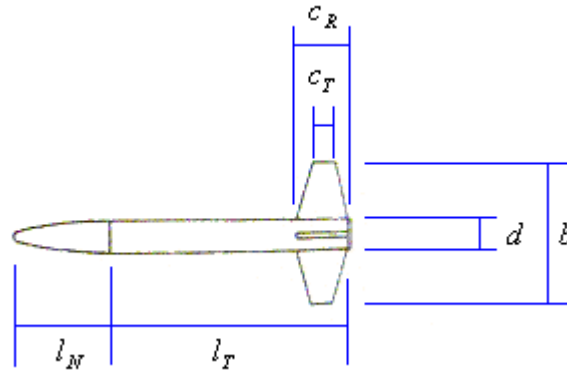
- 层流/湍流边界层的表面摩擦因数与雷诺数关系图，即图（3）和图（4）；
- 箭体阻力系数比与长径比关系图，即图（5）；
- 底部阻力系数与箭体阻力系数关系图，即图（6）；
- 尾翼阻力系数与尾翼面积比关系图，即图（7）。

注：长径比——箭体长度与筒体直径的比值。

5. 计算参数准备

本例采用 SRM-01 模型火箭作为研究对象，且仅考虑零攻角情况。（可惜我在中天火箭模型公司的网站上未找到相关资料）。

a) 测量尺寸，并计算面积



图（2）

如图（2）所示，需要测知的基本几何量有：

l_N ——头锥长度；-----64mm

l_T ——筒体长度；-----250mm

d ——筒体直径；-----19mm

d_B ——尾段底部直径；-----19mm

b ——翼展；-----80mm

c_T ——尾翼末端弦长；-----20mm

c_R ——尾翼根部弦长；-----40mm

t ——尾翼厚度；-----1mm

根据以上参数，可以先求得：

A_{BTs} ——箭体表面积；----- 16863mm^2 （即头锥+筒体表面积，略）

A_{Tc} ——筒体横截面积；----- 283.5mm^2 （即 $\frac{\pi \times d^2}{4}$ ）

l_{BT} ——箭体长度；-----314mm（即 $l_N + l_T$ ）

c ——尾翼平均弦长；-----30mm (即 $\frac{c_T + c_R}{2}$)

A_F ——尾翼平面面积；-----3600mm² (即 $\frac{b-d}{2} \times c \times 4$)

注：感觉 A_F 的计算说明有点奇怪，根据面积计算式，我理解是有 4 个尾翼，但每个尾翼只算单侧面积。（总不会 SRM-01 模型火箭真的只有两个尾翼吧）

b) 获得重量、发动机推力和发动机工作时间

1) SRM-01 模型火箭重量为 27g (不含发动机)；

2) 发动机重量为 15g (不含推进剂)，总冲为 2.5N·s，平均推力 T 为 6N；

3) 推进剂重量为 3g。

根据以上参数，可以先求得：

发动机工作时间长度(即推进剂的燃烧时间)为 $\frac{2.5}{6} \approx 0.42$ s。

c) 查得空气参数

在标准大气条件下：(地面发射，且飞行高度较低，物性可视为常值)

空气密度 $\rho = 1.225$ kg/m³，空气的动力粘性系数 $\mu = 1.7894 \times 10^{-5}$ N·s/m²。

6. 计算步骤

a) 粗估火箭的最大飞行速度

1) 火箭起飞时刻加速度

$$a_0 = \left(\frac{T}{M_0} - g \right) = \left(\frac{6}{0.027 + 0.015 + 0.003} - 9.81 \right) = 123.5 \text{ m/s}^2$$

2) 火箭主动段结束(即发动机熄火)时刻加速度

$$a_1 = \left(\frac{T}{M} - g \right) = \left(\frac{6}{0.027 + 0.015} - 9.81 \right) = 133 \text{ m/s}^2$$

根据以上，可以求出：

1) 火箭主动段(动力飞行段)的平均加速度

$$\bar{a} = \frac{a_0 + a_1}{2} = \frac{123.5 + 133}{2} = 128.25 \text{ m/s}^2$$

2) 火箭主动段结束时的最大飞行速度

$$\bar{n} = \bar{a} \times t = 128.25 \times 0.42 \approx 53.87 \text{ m/s}$$

b) 火箭箭体/尾翼气流雷诺数与阻力系数

1) 箭体气流雷诺数 C_f

$$\text{Re} = \frac{rnl_{TB}}{m} = \frac{1.225 \times 53.87 \times 0.314}{1.7894 \times 10^{-5}} \approx 11.58 \times 10^5 > 3 \times 10^5$$

所以考虑按湍流处理。查“层流/湍流边界层的表面摩擦因数 C_f 与雷诺数关系图”可得 $C_f = 0.0042$ 。

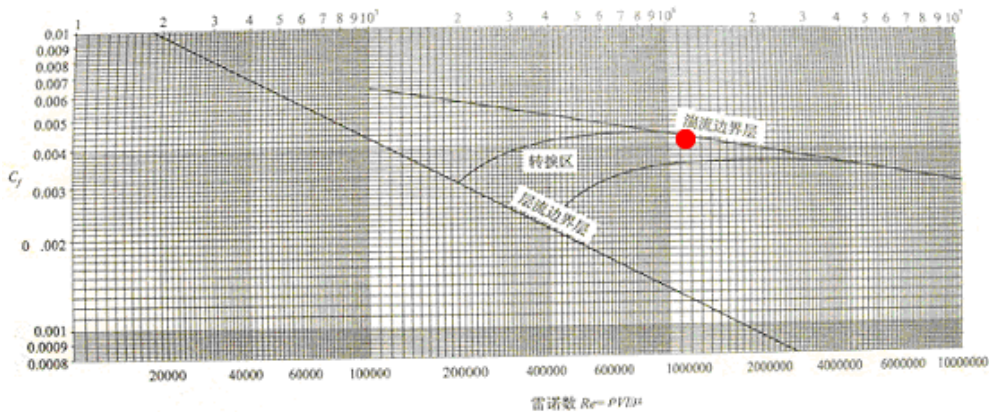


图 (3)

2) 尾翼气流雷诺数 C'_f

$$\text{Re}' = \frac{rnc}{m} = \frac{1.225 \times 53.87 \times 0.03}{1.7894 \times 10^{-5}} \approx 1.106 \times 10^5 < 3 \times 10^5$$

所以考虑按层流处理。查“层流/湍流边界层的表面摩擦因数与雷诺数关系图”可得 $C'_f = 0.00385$ 。

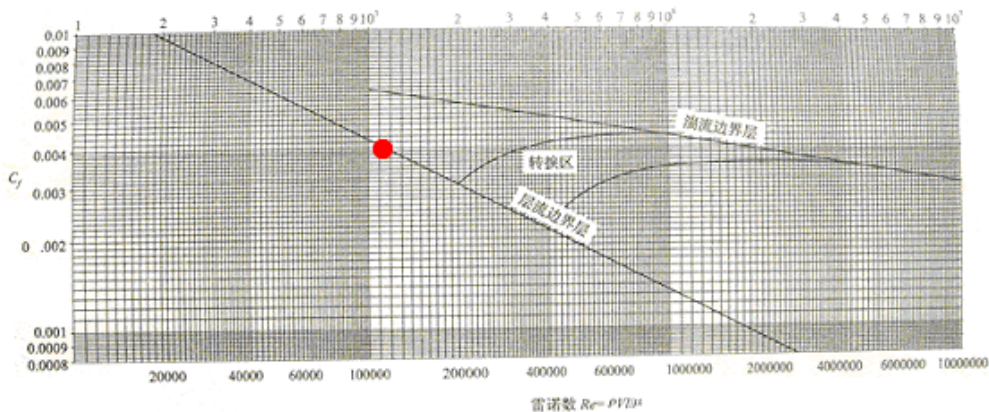


图 (4)

3) 箭体阻力系数 $C_{D_{BT}}$

由长径比 $\frac{l_{BT}}{d} = \frac{314}{19} = 16.5$ ，查“箭体（包括头锥和筒体）阻力系数

比与长径比关系图”，可得 $C_{D_{BT}} = 66 \times C_f = 66 \times 0.0042 = 0.2772$ 。

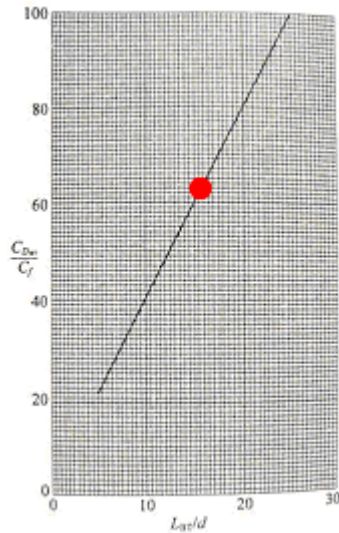


图 (5)

4) 底部阻力系数 C_{D_B}

根据 $\frac{d_B}{d} = \frac{19}{19} = 1.0$ ，和上面已算出的 $C_{D_{BT}}$ 值，查“底部阻力系数与

箭体阻力系数关系图”，可得 $C_{D_B} = 0.0545$ 。

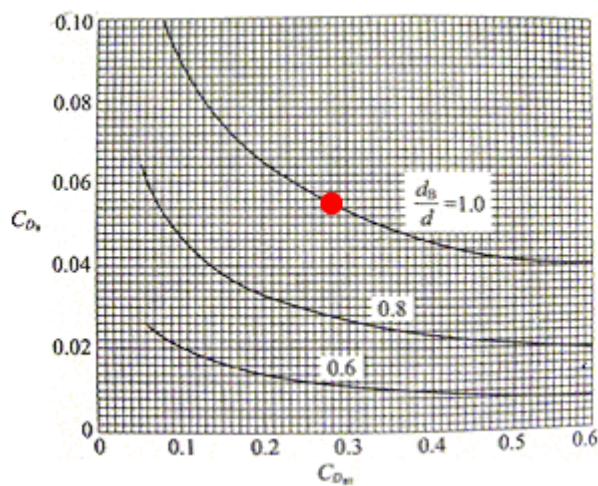


图 (6)

5) 尾翼阻力系数 C_{D_F}

根据 $\frac{t}{c} = \frac{1}{30} \approx 0.0333$ ，和 $\frac{A_F}{A_{TC}} = \frac{3600}{283.5} \approx 12.7$ ，查“尾翼阻力系数比

与尾翼面积比关系图”，可得 $\frac{C_{D_F}}{C'_f} = 26.5$ 。

所以 $C_{D_F} = \frac{C_{D_F}}{C'_f} \times C'_f = 26.5 \times 0.00385 = 0.102$

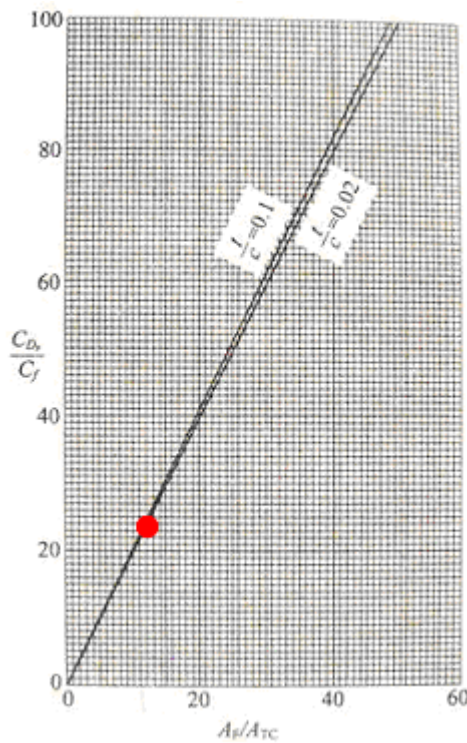


图 (7)

c) 模型火箭零迎角的总阻力系数与总阻力

模型火箭总阻力系数为：

$$\begin{aligned} C_{D_M} &= 1.05 \times (C_{D_{BT}} + C_{D_B} + C_{D_F}) = 1.05 \times (0.2772 + 0.0545 + 0.102) \\ &= 0.455385 \end{aligned}$$

所以，总空气阻力大小为：

$$\begin{aligned} D_M &= C_{D_M} \times \frac{1}{2} \rho n^2 A_{TC} = 0.455385 \times \frac{1}{2} \times 1.225 \times 53.87^2 \times 0.0002835 \\ &= 0.2295 \text{ (N)} \end{aligned}$$

d) 重估火箭的最大飞行速度

- 1) 火箭起飞时刻加速度

$$a'_0 = \left(\frac{T}{M_0} - g \right) = \left(\frac{6}{0.027 + 0.015 + 0.003} - 9.81 \right) = 123.5 \text{ m/s}^2$$

- 2) 火箭主动段结束（即发动机熄火）时刻加速度

$$a'_1 = \left(\frac{T'}{M} - g \right) = \left(\frac{6 - 0.2295}{0.027 + 0.015} - 9.81 \right) = 127.6 \text{ m/s}^2$$

根据以上，可以求出：

- 3) 火箭主动段（动力飞行段）的平均加速度

$$\bar{a} = \frac{a_0 + a_1}{2} = \frac{123.5 + 127.6}{2} = 125.55 \text{ m/s}^2$$

- 4) 火箭主动段结束时的最大飞行速度

$$n = \bar{a} \times t = 125.55 \times 0.42 \approx 52.7 \text{ m/s}$$

- e) 估算火箭的飞行高度

- 1) 主动段飞行高度： $h_1 = \frac{1}{2} \times \bar{a} \times t^2 = \frac{1}{2} \times 125.55 \times 0.42^2 \approx 11.07 \text{ m}$ 。

- 2) 被动段飞行高度：根据能量守恒原理有 $\frac{1}{2} M_1 n_1^2 = M_1 g h_2 + \bar{D}_M h_2$ ，得：

$$h_2 = \frac{M_1 n_1^2}{2 \times (M_1 g + \bar{D}_M)} = \frac{(0.027 + 0.015) \times 52.7^2}{2 \times \left((0.027 + 0.015) \times 9.81 + \frac{0.2295}{2} \right)}$$

$$\approx 110.72 \text{ m}。$$

所以该模型火箭的总飞行高度为： $h_1 + h_2 = 11.07 + 110.72 \approx 120 \text{ m}$ 。

7. 后记

本文对参考书籍中的算例进行了再整理，并有若干小修改。因未舍得直接在书的图表上绘点，所以仅大致对比了一下而未核实查图表获得的数据的精确性，可能和您的计算结果会有一定的误差。

不过好在对初学者理解有关空气动力学的分析方法没有任何影响。

8. 参考资料

- (1) 《航天模型》-----李新庄等著 航空工业出版社 2007年10月第一版；
 (2) <http://www.wcu100.com>。